

РЕКУРСИВНЫЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ

Болотов В.П.

Термин "**рекурсия**" происходит от латинского слова "**re cursio**" (возврат назад) и широко используется в современном языке: в конструктивной математике и теории алгоритмов - рекурсивные функции, в вычислительной технике - рекурсивные ЭВМ, рекурсивные программы и т.д. Приведем некоторые определения рекурсии.

"**Рекурсией**" называется способ описания функций или процессов через самих себя.

"**Рекурсия**" - это определение более сложного объекта в терминах более простой версии самого себя".

Последнее определение вскрывает основную цель действий, именуемых рекурсиями, - нахождение более простой формы описания объекта.

Основное достоинство рекурсивного определения состоит в том, что оно позволяет в компактном виде дать описание некоторого объекта или класса объектов. Следовательно, рекурсивные определения являются средством экономного представления информации о сложном явлении.

В расчетно-графической среде могут быть реализованы различные подходы к реализации рекурсивного определения:

- автоматический подход, когда достаточно задать только эталон рекурсивного объекта и число тактов;

- автоматическое выполнение в рекурсивном режиме только одного такта рекурсии;

- каждый шаг рекурсии может выполняться отдельным оператором.

Приведем пример схемы реализации рекурсии на ЭВМ:

$$Y(0) = A,$$

$$Y(n) = Z(n, Z(n-1), Z(\dots 1, Y(0) \dots)).$$

Подстановкой $Y(0)=A$ исключим функцию Y из правой части, т.е. заменим рекурсивность определения Y рекурсивностью использования оператора Z , поскольку Z является аргументом при обращении к самому Z :

$$Y(n) = Z(n, Z(n-1) < Z(\dots (1, A) \dots)).(1)$$

Функция (1) называется рекурсивным использованием функции (оператора) или восходящим рекурсивным вычислением. Таким образом, программная реализация рекурсии на ЭВМ - это решение некоторой задачи сведением его к решениям одной или нескольких подзадач, которые также можно разделить на подзадачи и т.д. Процесс рекурсии завершен, когда подзадачи приемлемы для их непосредственного решения. Затем осуществляется обратный процесс объединения результатов решения подзадач в решение исходной задачи.

Рекурсивная схема является основным приемом организации цикла на языке "Калькулятор" в системе "Вектор" и может быть использована в простых случаях при моделировании различных орнаментов, а также плоскостных и пространственных форм - муаров (рис. 1).

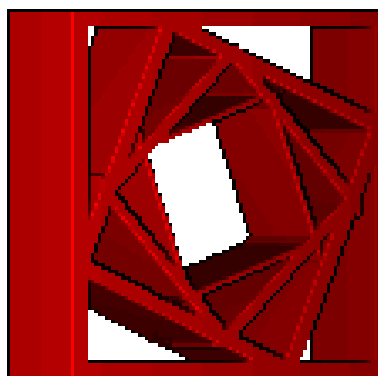
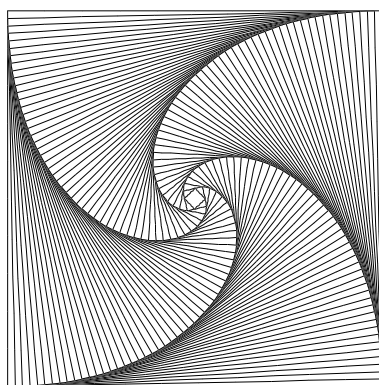


Рис.1. Примеры использования "простых" рекурсивных циклов систем "Вектор" и СГ

Рассмотрим примеры рекурсивного иерархического проектирования геометрических форм.

Пример 1. Фигурой-эталонem являются три отрезка, выходящих из одной точ-

ки. Законом (тактом) развития является построение на двух его конечных точках фигур, подобных данной (рис. 2).

Решение. Реализуем алгоритм полного автоматического выполнения всей схемы

рекурсивного подхода (см. ниже приведенную программу), где $s1$ - длина, одинаковая для всех отрезков, изменяется в основной программе в зависимости от такта развития; p - начальная точка

(точка входа) построения эталона, число которых удваивается на каждом такте развития структуры. На рис.2 показана фигура с 6-ю тактами развития, полученная в системе "Вектор".

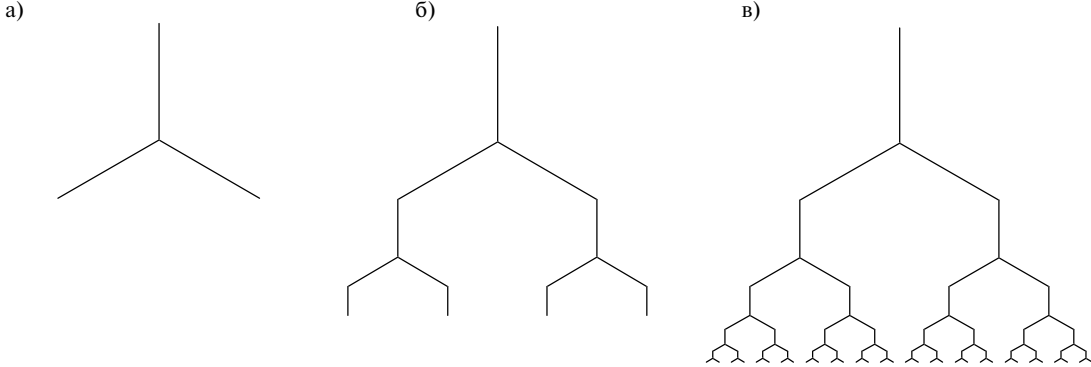


Рис. 2. Фрактал "Соты": а) эталон, б) 1-й такт развития, в) 5-й такт развития

Пример 2. Фигурой-эталонном является пятиугольник (рис.3,а); закон (такт) развития - построение на двух его коротких сторонах пятиугольников, подобных исходному (рис 3,б). Требуется за 6 тактов рекурсии получить фигуру (рис. 3, в), называемую "капустой".

Схема решения может быть предложена полуавтоматическая, т.е. каждый такт развития строится с помощью отдельного вызова основной программы построения пятиугольников.

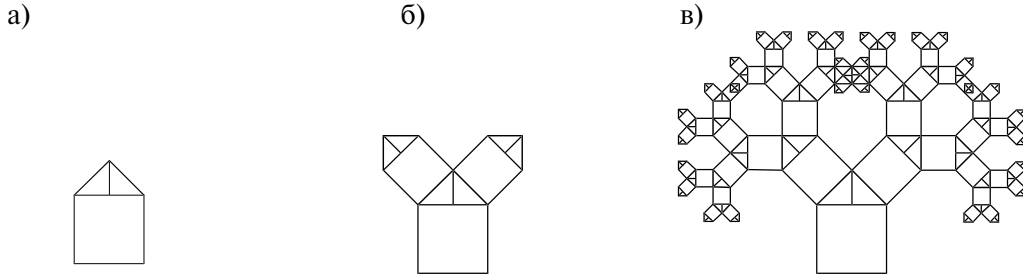


Рис. 3. Фрактал "Цветная капуста": а) эталон, б) 1-й такт развития, в) 4-й такт развития

Пример 3. Фигурой-эталонном является отрезок (рис.4,а); закон (такт) развития - построение по его длине под определенными углами трех отрезков (рис 4,б).

Требуется за 6 тактов рекурсии получить фигуру - дерево (рис. 4, в).

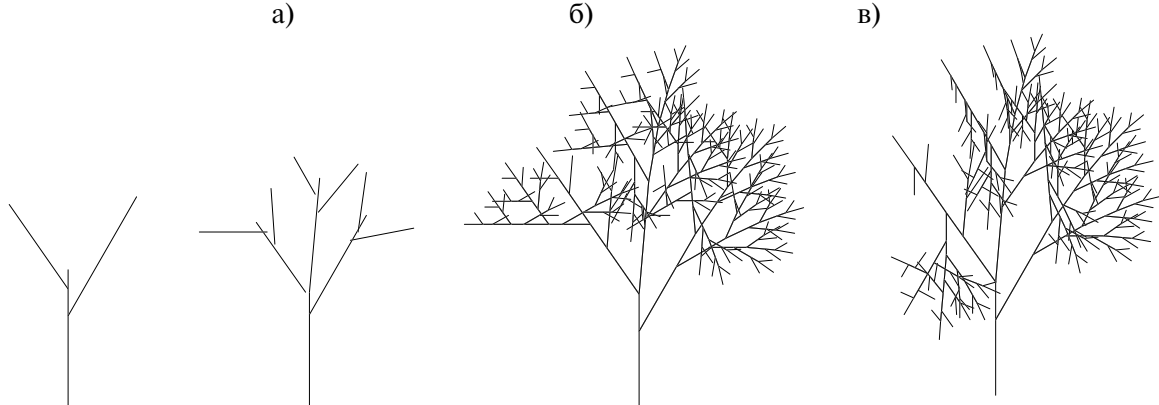
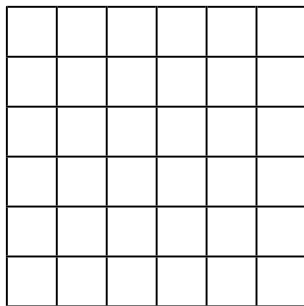


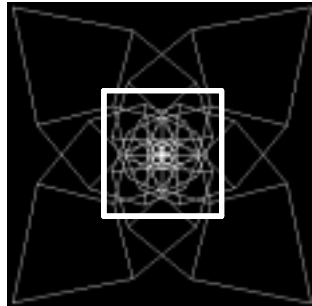
Рис.4. Фрактал "Дерево". Некорректная работа программы создает элемент "случайного", что может быть использовано в художественном проектировании

Итак, рекурсия - это простой алгоритм построения сложных объектов. Алгоритм описания не только компактный, но и легко реализуемый (алгоритмизируемый), поскольку программируется лишь решение элементарной задачи, а этапы конструирования выполняются автоматически. Рекурсивная схема может применяться как для описания традиционных числовых функций, так и для конструирования сложных иерархических объектов, уточняемых на каждом шаге рекурсии. С помощью рекурсивного метода можно моделировать береговые линии на географических картах, распределение лунных кратеров, легкие человека, нервные клетки и многие другие объекты самой раз-

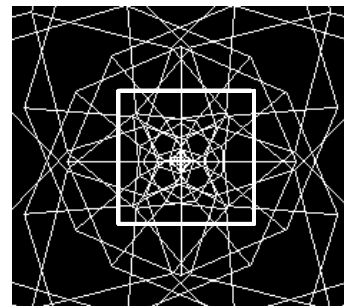
личной природы. Структуры и свойства реальных объектов могут быть описаны и предсказаны при помощи рекурсивных "генотипов", хранящихся в памяти технической системы и занимающих минимальный объем. При этом объекты, полученные с помощью рекурсий, не только регулярны, но и иерархичны - каждый такт их развития дает объект, который некоторым образом уточняет, детализирует предыдущий. На рис.5 приведен пример рекурсивного характера конформных преобразований вида $w = z^\alpha + C$.



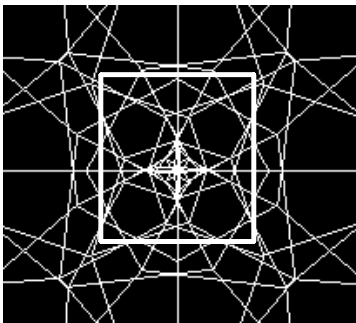
а) ортогональная сетка



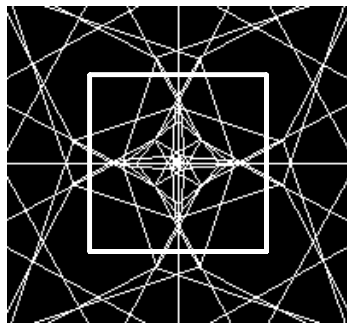
б) М 2:1



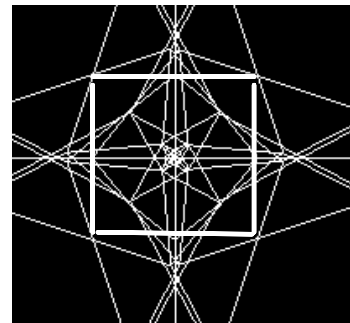
в) М 2:1



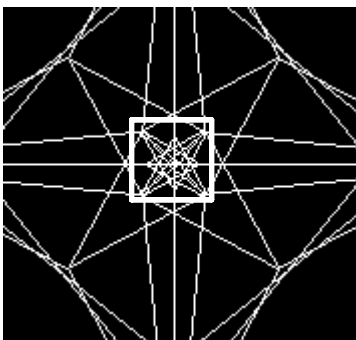
г) М 2:1



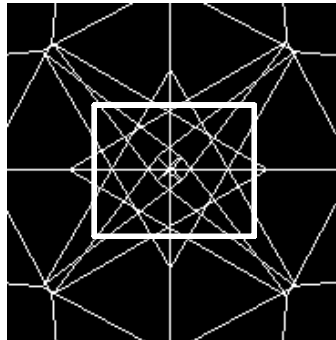
д) М 2:1



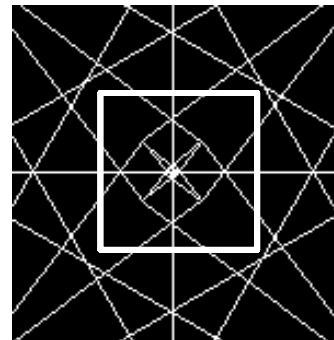
е) М 2:1



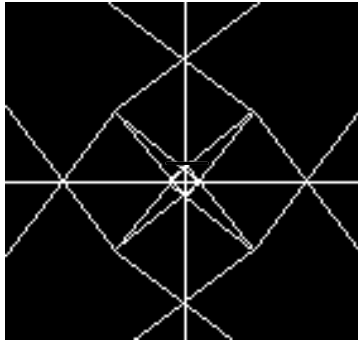
ж) М 2:1



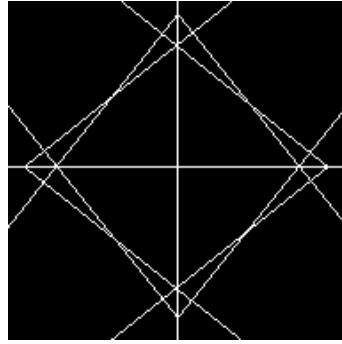
з) М 4:1



к) М 2:1



л) M 2:1



м) M 4:1

Рис. 5. Рекурсивный характер преобразования ортогональной сетки функцией комплексного переменного вида

$$w = z^\alpha + C$$
