СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ / графочисленный подход /

Седых В.И, Балякин О.К, Болотов В.П., Полоротов С.П.

Необходимость составления электронного справочника для курсантов возникла из-за неудовлетворенности авторов тем, как курсанты воспринимают довольно сложное классическое изложение данного вопроса. Курсанты должны владеть многими разделами математики и самой статистики, что не всегда удается достичь за время обучения. Нашим бывшим курсантам, проявившим интерес к применению методов статистического анализа непосредственно в их работе, доступ к классическим методам еще более затруднителен. Поэтому сделана попытка, применяя современные компьютерные, математические и графические возможности, проанализировать методы статистического анализа с позиций наиболее доступного метода графочисленной оптимизации [6] и с его помощью данной задаче (или некоторым ее составляющим) дать наиболее простое изложение и решение.

Не останавливаясь на традиционных методах решения задач статистики, подробно изложенных в справочнике, рассмотрим несколько примеров на основе предлагаемого подхода.

Пример 1. Требуется по некоторому числу замеров (табл.1) установить зависимость между двумя величинами x и y (например, температурой и удлинением прямолинейного металлического стержня). Пусть точки почти лежат на прямой линии (рис. 1). В этом случае между x и y существует линейная зависимость $y = ax + b$, или $ax + b - y = 0$, где a, b - некоторые постоянные коэффициенты,

Таблица 1

x	x1	x2	x3	x4	x5
y	y1	y2	y3	y4	y5

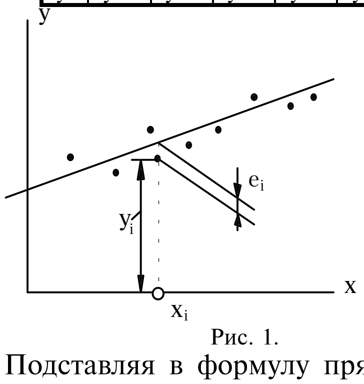

Рис. 1.

Подставляя в формулу прямой вместо x и y их значения ($x1$, $y1$; $x2$, $y2$; $x3$, $y3$; $x4$, $y4$; $x5$, $y5$) из табл. 1, получим систему равенств:

$$\begin{aligned} &ax1 + b - y1 = \varepsilon_1; \\ &ax2 + b - y2 = \varepsilon_2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &ax5 + b - y5 = \varepsilon_5, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $e_1,..,e_5$ - некоторые погрешности.

Требуется подобрать коэффициенты a и b таким образом, чтобы эти погрешности были по возможности малыми по абсолютной величине.

Существует ряд способов определения параметров эмпирических формул: способ средних, наименьших квадратов, Чебышева и др.

Способ наименьших квадратов состоит в следующем: нужно подобрать коэффициенты a и b так, чтобы сумма

$$S = \varepsilon_1^{\,2} + \varepsilon_2^{\,2} + \ldots + \varepsilon_5^{\,2} \qquad (2)$$

была наименьшей. Если эта сумма квадратов окажется малой, то тогда и сами погрешности будут малыми по абсолютной величине.

Заменяя в выражении (2) числа ε их значениями из равенств (1), получим формулу:

$$S(a,b) = (ax1 + b - y1)^2 + (ax2 + b - y2)^2 + (ax3 + b - y3) + (ax4 + b - y4)^2 + (ax5 + b - y5)^2 \to \min. \qquad (3)$$

В формуле (3) числа $x1$, $y1$, $x2$, $y2$,.. $x5$, $y5$ получены в результате измерений и рассматриваются как данные, коэффициенты же a и b - неизвестные величины, подлежащие определению.

Решение. Формируем массив целевой функции (ЦФ) (3) на интервале изменения переменных величин a и b. Далее в модуле Optim системы "Вектор" несколькими итерациями уточняем интервал значений a и b так, чтобы минимум ЦФ не скатывался к границам ЦФ. Затем, сужая их (также следя, чтобы минимум ЦФ не скатывался к границам ЦФ), добиваемся предела, когда минимум ЦФ перестает уменьшаться.

Минимум ЦФ, полученный в системе "Вектор" (рис.5), с достаточной точностью совпадает с результатами решения нормального уравнения по методу наименьших квадратов [1].

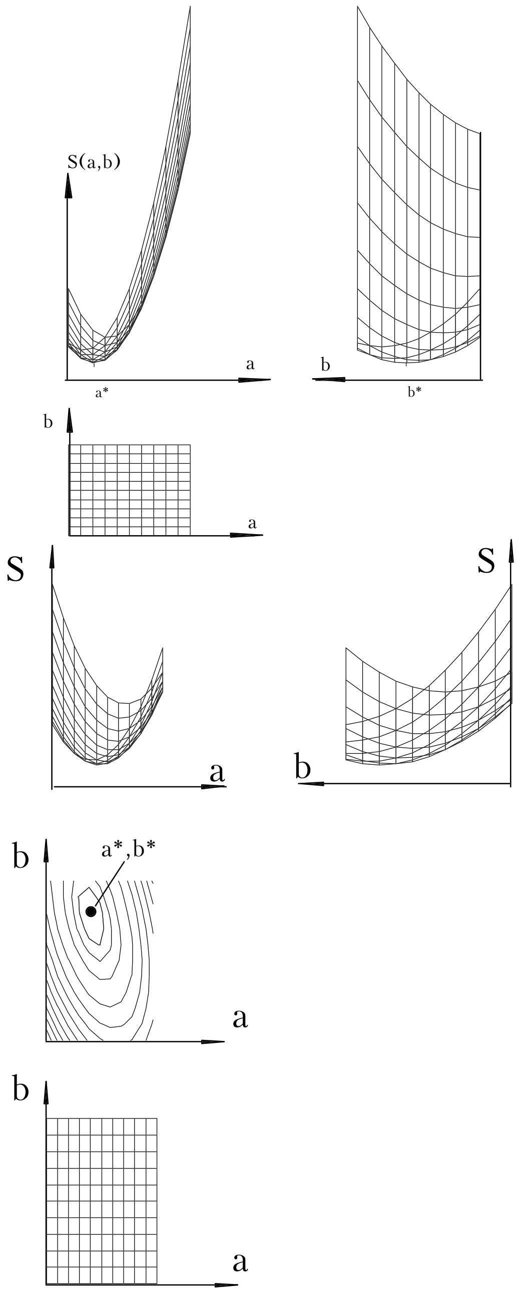

Рис.5.

Пример 2. Пусть даны средние значения роста мужчин в возрасте от 4 до 17 лет. Для аппроксимации этих данных предложена формула:

$$y = a \cdot (1 - be^{-kt}). \qquad (4)$$

Надо найти значения параметров *a,b,k,* которые бы обеспечивали минимум ЦФ (минимум квадратов отклонений).

Сначала определяем диапазон изменения переменных параметров *a,b,k.* Это достигается анализом формулы и экспериментами с диапазонами непосредственно в процессе поиска минимума или максимума данной ЦФ. Далее дискретизируем область ограничений - графически это трехмерная прямоугольная область. ЦФ будет трехмерной (от трех переменных), изображение ее возможно в четырехмерном пространстве.

Координаты точки минимума и будут искомыми коэффициентами *a,b,k.*

Пример 3. Установить зависимость максимальной тангенциальной составляющей f силы резания от элементов геометрии зуба торцевой фрезы при фрезеровании высокопрочного чугуна. В качестве геометрии зуба рассматриваются главный угол x в плане, угол наклона y и передний угол z.

Формально требуется найти минимум ЦФ:

$$F(x, y, z) \to \min .$$

Из [5] известно, что данную зависимость можно представить в виде полинома второй степени вида:

$$f = ax^2 + by + cz + d\,, \qquad (5)$$

где коэффициенты же a, b, c и d - неизвестные величины, определяемые по методике примера 1.

Пример 4. Определить зависимость стойкости режущего инструмента от параметров режима резания. В [5] данная зависимость определена уравнением степенного ряда вида:

$$T = cv^{\alpha} s^{\beta} t^{\gamma}\,, \qquad (6)$$

где v - скорость резания, s - подача, t - глубина резания, c,α,β,γ - постоянные величины, которые определяются по методике примера 2.

Выводы. Любой процесс статистического исследования независимо от применяемого метода проводится поэтапно: постановка задачи, проведение сбора информации, корреляционный и регрессионный анализы. В работе [5] в качестве перспективных исследований по статистическому анализу указывалось развитие их в направлении графической интерпретации. Такая попытка сделана нами: предложен графочисленный подход анализа методов статистического анализа, что делает эти методы более доступными, особенно при моделировании процессов на основе экспоненциальных и степенных уравнений, построения номограмм и графического анализа.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Балякин О.Г. Стохастические и корреляционные связи. Математическое моделирование. Методическая разработка. Владивосток, ДВВИМУ, 1983.

3. Седых В.И., Балякин О.К. Восстановление и повышение долговечности деталей судовых технических средств. Теоретические основы. Учебное пособие. Владивосток, ДВГМА, 1992.

4. Полоротов С.П. Выбор вида аппроксимации зависимости с учетом физической сущности объекта исследования. Методические указания. Владивосток, ДВГМА, 1987.

5. Спиридонов А.А. Планирование эксперимента при исследованиях процессов. М.: Машиностроение, 1981. 184 с.

6. Болотов В.П. Геометрический и программный комплекс интерактивного расчетинографического программирования в САПР: Дис. ... д.т.н.. Москва /МИСИ, 1993. - 270 с.